第 13 章　磁场中的磁介质

一　磁介质下磁场问题求解

1. **磁介质的相关概念**

① **磁介质如何响应外磁场**

· 分子本身具有磁矩（**固有磁矩 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$**），可认为由等效的圆电流（**分子电流**）产生

由于磁矩取向无规则，它们相互抵消，导致磁介质不显磁性

· 磁介质处于外磁场时，每个分子均产生与外磁场方向相反的**附加磁矩 $\Delta\boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$**

· 顺磁质的 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$ 远大于 $\Delta\boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$，且分子受到的磁力矩尽可能使固有磁矩转向外磁场方向

抗磁质的 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{m}}$ 为 0，附加磁矩是产生磁化的唯一原因

② **磁化强度 $\boldsymbol{M}$**

· 某单位体积微元内分子总磁矩之和

$$\boldsymbol{M}=\sum \boldsymbol{p}_{\mathrm{m}} / \mathrm{d}V$$

· 顺磁质 $\boldsymbol{M}$ 与 $\boldsymbol{B}_0$ 同向，抗磁质 $\boldsymbol{M}$ 与 $\boldsymbol{B}_0$ 反向

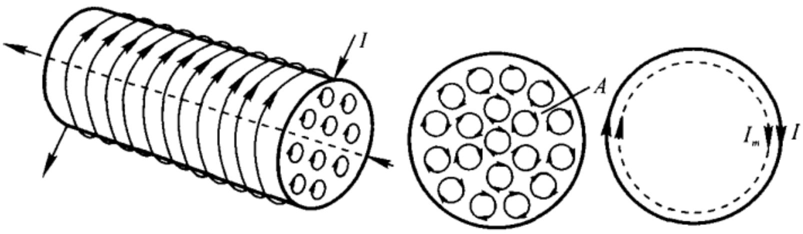
③ **磁化电流 I_{m}**

由磁介质中各分子的分子电流叠加而成，仅在磁介质表面产生的等效环形电流

· 磁介质表面上某处**磁化电流线密度** j_{m} 等于该点磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 沿表面的切向分量

若是均匀磁介质被均匀磁化，则

$$\boxed{j_{\mathrm{m}}=|\boldsymbol{M}|}$$



2. **磁介质下的磁场定理**

① **磁场强度 $\boldsymbol{H}$**

$$\boxed{\boldsymbol{H}=\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}-\boldsymbol{M}} \qquad \text{(单位：A/m)}$$

② **$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{M}$ 之间的关系（各向同性的磁介质）**

· 基本关系式 $\boxed{\boldsymbol{M}=\chi_{\mathrm{m}}\boldsymbol{H}}$　　χ_{m}：介质的**磁化率**，顺磁质为正，抗磁质为负

· 常用关系式 $\boxed{\boldsymbol{B}=\mu_0(1+\chi_{\mathrm{m}})\boldsymbol{H}=\mu_0\mu_r\boldsymbol{H}=\mu\boldsymbol{H}}$　μ_r：**相对磁导率**，无量纲　μ：**磁导率**

· 由于 μ、μ_r、χ_{m} 都有可能成为已知数据，因此它们之间的关系一定要灵活掌握

③ **安培环路定理**

· 磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 沿任意闭合路径 L 的环流，等于穿过该路径所围面积的传导电流的代数和

$$\boxed{\oint_L \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\sum I_0}$$

磁介质下磁场问题求解流程

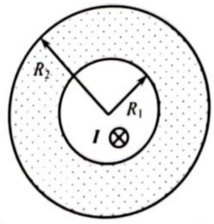
· 通常，题目要求求出磁场强度分布、磁感应强度分布、磁化电流线密度等

① 用磁介质下的安培环路定理求出磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 的分布

② 根据 $\boldsymbol{H}$ 、$\boldsymbol{B}$ 、$\boldsymbol{M}$ 间的关系，求解出 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{M}$（有时已知这俩，反过来求 μ）

③ 根据 $\boldsymbol{M}$ 与 j_{m} 的关系，得到 j_{m} 、I_{m} 等

例 1 如图所示，一磁导率为 μ_1（$>\mu_0$）的无限长圆柱形导体半径为 R_1，其中均匀地通有电流 I 、方向垂直向里；导体外包一层磁导率为 μ_2（$>\mu_1$）地同轴圆筒形不导电的磁介质，其外半径为 R_2；外部是真空。求：



（1）磁场强度和磁感应强度的空间分布；

（2）半径为 R_2 处介质表面上的磁化电流线密度的大小和方向、总磁化电流强度。

解 （1）取半径为 r 的同心圆形环路，则有 $2\pi rH=I$（$r>R_1$），$2\pi rH=Ir^2/R_1^2$（$r<R_1$）

· 磁场强度分布 $H=\begin{cases}\dfrac{I}{2\pi r}, & r>R_1\\ \dfrac{Ir}{2\pi R_1^2}, & r<R_1\end{cases}$

空间内磁导率呈现三处分布，由 $B=\mu H$：

· 磁感应强度分布 $B=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}, & r>R_2\\ \dfrac{\mu_2 I}{2\pi r}, & R_2>r>R_1\\ \dfrac{\mu_1 Ir}{2\pi R_1^2}, & r<R_1\end{cases}$

（2）半径 R_2 处的磁化强度

$$M=\chi_{\mathrm{m}}H=(\frac{\mu_2}{\mu_0}-1)H=\frac{I}{2\pi R_2}(\frac{\mu_2}{\mu_0}-1)$$

∵ $\mu_2>\mu_1>\mu_0$ 因此 $\boldsymbol{M}$ 与 $\boldsymbol{H}$ 同向

∴ $j_{\mathrm{m}}=M=\dfrac{I}{2\pi R_2}(\dfrac{\mu_2}{\mu_0}-1)$，方向垂直纸面向外

j_{m} 在半径 R_2 的圆周上均有分布，因此总磁化电流强度

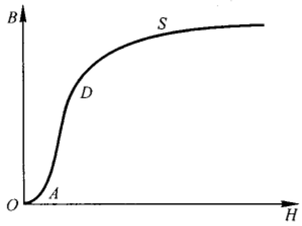
$$I_{\mathrm{m}}=\int_0^{2\pi} j_{\mathrm{m}}\mathrm{d}l=2\pi R_2 j_{\mathrm{m}}=I(\frac{\mu_2}{\mu_0}-1)$$

二　铁磁质的特性

1. 铁磁质的磁化曲线与磁滞回线

· 不同于磁化率恒定的其它介质，铁磁质的磁化率会随磁场变化而变化

· 由于 $B=\mu H$，故通过 $B-H$ 曲线研究这一性质



① 起始磁化曲线

· 当铁磁质从未磁化状态开始加外磁场测得的曲线

· 曲线呈现“S”形，说明 μ 不是常数

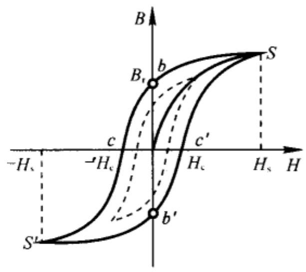
· 随着 H 增加，B 会趋于一个极限值 — 饱和磁感应强度

② 磁滞回线

· 铁磁质达到饱和状态后，当减小 H 时，B 的减小呈现出滞后性（磁滞现象）

结果：$H=0$ 时，$B\neq 0$，称为**剩磁感应强度** B_r

只有 $H=-H_c$（**矫顽力**）时才能让 $B=0$



· 此后再减小 H（增大反向磁场），铁磁质开始反向磁化至反向饱和状态

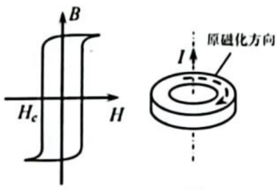
再沿正方向增加 H，B 又会滞后于 H 达到饱和状态，形成磁滞回线

· 实际上，即使未达到饱和状态就开始减小 H，也会形成磁滞回线，只是相比之下会小一些（图中的虚线）

③ 总结

· 铁磁质在沿着初始磁化曲线磁化后，要么沿着磁化曲线继续增大，要么沿着磁滞回线往复循环

例 2　铁氧体的矩形磁滞回线如图（a）所示。图（b）为用这种材料制作的电子计算机中存储元件的环形磁芯，其外半径为 0.8mm、内半径为 0.5mm、高 0.3mm，矫顽力为 $H_C=500/\pi$ A/m。磁芯已被磁化，方向如图所示。对磁芯施加轴向电流达到________A 时，磁芯中磁化方向开始翻转，若需使磁芯中自内向外的磁化方向全部翻转，脉冲电流的峰值至少需要达到________A。



(a)　(b)

解　根据安培环路定理，磁环处的磁场强度 $H=\dfrac{I}{2\pi r}$

设内半径 r_1，外半径 r_2，则 r_1 处磁场强度最大，最先翻转，因此

$$H_c=\frac{I_1}{2\pi r_1}\Rightarrow I_1=2\pi r_1 H_c=2\pi\times 0.5\text{mm}\times\frac{500}{\pi}\text{A/m}=0.5\text{A}\ （第一空）$$

当 r_2 处磁场强度为 H_c 时，磁芯中磁化方向全部翻转，因此

$$H_c=\frac{I_2}{2\pi r_2}\Rightarrow I_2=2\pi r_{12} H_c=2\pi\times 0.8\text{mm}\times\frac{500}{\pi}\text{A/m}=0.8\text{A}\ （第二空）$$